

5 Elementare Wahrscheinlichkeitsanalyse – Lösungshinweise

Aufgabe 5.1: Gegeben ist der normale Würfel.

- a) Nennen Sie ein beliebiges Ereignis A für den einfachen Wurf dieses Würfels als Menge und in Worten.
- b) A sei das Ereignis: es fällt eine Primzahl. B sei das Ereignis: es fällt eine gerade Zahl.
 - (i) Bestimmen Sie das Schnittereignis sowie das Vereinigungsergebnis von A und B .
 - (ii) Bestimmen Sie das Komplementärereignis zu A .
- c) Bestimmen Sie die Menge zu folgenden Ereignissen:
 - (i) A : es fällt eine Augenzahl, die größer als 3 ist.
 - (ii) B : es fällt eine Augenzahl, die mindestens 5 ist.
 - (iii) C : es fällt eine Augenzahl, die kleiner als 1 ist.
 - (iv) D : es fällt eine Augenzahl, die höchstens 2 ist.
- d) Ermitteln Sie die Ergebnismenge Ω für den zweifachen Wurf dieses Würfels.
- e) Nennen Sie ein beliebiges Ereignis des zweifachen Wurfs.
- f) Erklären Sie anhand des zweifachen Würfelwurfs, was ein Ergebnis und was ein Ereignis ist.

Lösungsskizze Aufgabe 5.1

- a) A : Zahl kleiner 3; $A = \{1, 2\}$
- b)(i) $A = \{2, 3, 5\}$ $B = \{2, 4, 6\}$; daher gilt $A \cap B = \{2\}$ und $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
- b)(ii) $\bar{A} = \Omega \setminus A = \{1, 4, 6\}$
- c)(i) $A = \{4, 5, 6\}$
- c)(ii) $B = \{5, 6\}$
- c)(iii) $C = \{\}$
- c)(iv) $D = \{1, 2\}$

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
d) 3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

also $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (2,1), (2,2), \dots, (6,6)\}$

e) A : Pasch, $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

f) Ein Ergebnis des zweifachen Würfelwurf ist ein Element der Ergebnismenge, also z.B. $(2,1) \in \Omega$. Ein Ereignis beim zweifachen Würfelwurf ist eine Teilmenge der Ergebnismenge, also z.B. A : Pasch mit $A \subseteq \Omega$ oder ein Elementarereignis, wie z.B.: $\{(2,1)\} \subseteq \Omega$.

Aufgabe 5.2:

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zweifachen Wurf des Tetraeder-Würfels die Differenz der beiden Augenzahlen 0 oder 1 ergibt (stets: größere Augenzahl – kleinere Augenzahl).
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zweifachen Wurf des normalen Würfels die Summe der beiden Augenzahlen 6, 7 oder 8 ergibt.

Lösungsskizze Aufgabe 5.2

a)

	1	2	3	4
1	0	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	0	1
4	3	2	1	0

Annahme des Laplacemodells ergibt A : Differenz ist 0, B : Differenz ist 1,

$$P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|\Omega|} = \frac{10}{16}$$

b)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Annahme des Laplacemodells ergibt A : Augenzahl 6, B : Augenzahl 7, C : Augenzahl 8,

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{|A \cup B \cup C|}{|\Omega|} = \frac{16}{36}$$

Aufgabe 5.3:

- a) Überlegen Sie, bei welchen realen Ereignissen es Ihrer Meinung nach sinnvoll ist, von Wahrscheinlichkeiten zu sprechen.
- b) Überlegen Sie weiter, wie Ihrer Meinung nach zu einem solchen Ereignis eine Wahrscheinlichkeit bestimmt werden kann.
- c) Von einem *Risiko* wird gesprochen, wenn ein zufälliges Ereignis mit einer negativen Konnotation eintreten kann. Nennen Sie Situationen mit Risiken und versuchen Sie, das Eintreten von Risiken in solchen Situationen abzuschätzen.

Lösungsskizze Aufgabe 5.3

- a) Häufig wird, da Wahrscheinlichkeiten Prognosen darstellen, im Zusammenhang mit zukünftigen Ereignissen von Wahrscheinlichkeiten gesprochen, etwa von der Wahrscheinlichkeit einer Mädchengeburt, der Wahrscheinlichkeit für einen Wahlausgang, der Wahrscheinlichkeit für das Wetter im Urlaub, der Wahrscheinlichkeit für einen Lottogewinn etc.
- b) Eine erste Schätzung zu den ersten drei Beispielen könnte auf der Basis eines Blicks in die Vergangenheit geschehen, etwa im Geburten-Beispiel durch die Auswertung der entsprechenden Häufigkeiten einer Mädchengeburt. Im Einzelfall ist das aber ein sehr einfache Modellierung, die die Umstände in einer speziellen Situation außer Acht lässt. Im Fall des Lottospiels lässt sich eine Prognose aus der Analyse des Spiels bestimmen (siehe dazu später).
- c) Es gibt etwa das Risiko, mit dem Flugzeug abzustürzen, eine Krankheit zu bekommen oder das Risiko eines atomaren GAU. In den ersten beiden Fällen ermöglicht ebenfalls der Blick in die Vergangenheit eine Schätzung. So wäre es etwa prinzipiell möglich aus dem Verhältnis von Abstürzen und Flugkilometern ein Risiko für einen Absturz zu bestimmen. Besser wäre es dabei, dieses Verhältnis für bestimmte Klassen von Flugzeuglinien zu bestimmen (etwa solchen mit Landeerlaubnis auf europäischen Flughäfen). Das Risiko eines atomaren GAU ist sicher schwerer zu bestimmen. Wie beim Flugzeugabsturz ist es auch beim GAU zudem offenbar menschlich, aufgrund der drastischen Auswirkungen solcher Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit zu überschätzen.