Beispiel:
Es sei die Zufallsgröße X: Augensumme beider Würfe. Wir erhalten für $k = 2, 3, \ldots, 12$ folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung mitsamt den Produkten $k \cdot P(X = k)$:

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
$P(X=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1
$k \cdot P(X=k)$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{20}{36}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{42}{36}$	$\frac{40}{36}$	$\frac{36}{36}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{22}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{252}{36} = 7$

Es gilt also $P(X) = 7$, Das heißt, *auf lange Sicht* wird das arithmetische Mittel der Augensummen von Doppelwürfen des Würfels 7 betragen.

Was hinsichtlich der Augensumme des zweifachen Würfelwurfs plausibel war, lässt sich als Satz verallgemeinern und einfach beweisen.

Satz 14
Seien X und Y Zufallsgrößen hinsichtlich der endlichen Ergebnismenge Ω eines zufälligen Vorgangs, so gilt:

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y).$$

Beweis:

$$\begin{aligned} E(X+Y) &= \sum_{\omega\in\Omega} (X(\omega)+Y(\omega)) \cdot P(\{\omega\}) \\ &= \sum_{\omega\in\Omega} X(\omega) \cdot P(\{\omega\}) + \sum_{\omega\in\Omega} Y(\omega) \cdot P(\{\omega\}) \\ &= E(X) + E(Y) \end{aligned}$$

Dieser Satz lässt sich durch vollständige Induktion erweitern auf:

$$E(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) = E\left(\sum_{j=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n)$$

Diese Erweiterung wird ein wesentliches Hilfsmittel in den folgenden Überlegungen haben.

Beispiel:
Wir wenden den vorherigen Satz auf den n-fachen Wurf des Würfels an und erhalten, da für X_j: Augenzahl in einem beliebigen Wurf j gilt $E(X_j) = 3,5$:

Anzahl der Würfe n	Erwartungswert der Augenzahl $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$
$n = 1$	$E(X) = E(X_1) = 3,5$
$n = 2$	$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = 3,5 + 3,5 = 2 \cdot 3,5 = 7$
$n = 3$	$E(X) = E(X_1 + X_2 + X_3) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3,5 + 3,5 + 3,5 = 3 \cdot 3,5 = 10,5$
...	...
$n = m$	$E(X) = E(X_1 + X_2 + \ldots + X_m) = m \cdot 3,5$

Wir wenden die Überlegungen auf Bernoulli-Ketten der Länge n an, für die die Zufallsgröße X: Anzahl der Erfolge in der Bernoulli-Kette vom Umfang n sei. Für jedes der gleichartigen